

УДК 517.988.6

ОБ h -ВПОЛНЕ НЕПРЕРЫВНЫХ МНОГОЗНАЧНЫХ ОТОБРАЖЕНИЯХ

© А. Б. Гельман

Ключевые слова: квазиметрика Хаусдорфа; многозначное отображение; неподвижные точки.

Аннотация: Изучается новый класс многозначных отображений, имеющих выпуклые замкнутые, но некомпактные образы: для отображений из этого класса удается доказать новые теоремы о неподвижных точках, которые применяются к изучению разрешимости операторных уравнений и неравенств.

Пусть X – метрическое пространство, E – банахово пространство. Обозначим $Cv(E)$ – множество замкнутых выпуклых подмножеств в E . Пусть h – квазиметрика Хаусдорфа в $Cv(E)$. Эта квазиметрика порождает топологию в $Cv(E)$, базой которой являются множества $V(A, r) = \{B \in Cv(E) \mid h(B, A) < r\}$. Обозначим $\mathcal{C}v(E)$ пространство $Cv(E)$, снабженное этой топологией. Очевидно, что любое многозначное отображение $F : X \rightarrow Cv(E)$ порождает однозначное отображение $\mathfrak{F} : X \rightarrow \mathcal{C}v(E)$.

Будем говорить, что многозначное отображение F является h -непрерывным, если отображение $\mathfrak{F}$, порожденное отображением F , является непрерывным.

Если отображение F является h -непрерывным, и для любого ограниченного множества $D \subset X$ множество $\overline{\mathfrak{F}(D)}$ является компактным в $\mathcal{C}v(E)$, то будем говорить, что многозначное отображение F является h -вполне непрерывным.

Пусть T – ограниченное выпуклое замкнутое подмножество E , $F : T \rightarrow Cv(E)$ – многозначное h -вполне непрерывное отображение. Имеет место теорема о существовании «почти» неподвижной точки.

Т е о р е м а 1. Если для любой точки $x \in T$ пересечение $F(x) \cap T \neq \emptyset$, то для любого $\varepsilon > 0$ существует точка $x_\varepsilon \in T$ такая, что $\rho(x_\varepsilon, F(x_\varepsilon)) < \varepsilon$.

Пусть Y – метрическое пространство, U – ограниченное открытое выпуклое подмножество E , $f : \bar{U} \rightarrow Y$ – вполне непрерывное отображение, $\Phi : Y \rightarrow Cv(E)$ – h -непрерывное многозначное отображение. Тогда $F = \Phi \circ f : \bar{U} \rightarrow Cv(E)$ является h -вполне непрерывным отображением.

Справедлива следующая теорема о неподвижной точке.

Т е о р е м а 2. Пусть образы многозначного отображения Φ компактны в слабой топологии. Если существует такое открытое выпуклое множество $V \subset \bar{V} \subset U$, что для любого $x \in \partial U$ пересечение $F(x) \cap V \neq \emptyset$, то многозначное отображение F имеет неподвижную точку.

В докладе будут рассмотрены другие теоремы о неподвижных точках h -вполне непрерывных многозначных отображений и некоторые приложения этих теорем к разрешимости операторных уравнений и неравенств.

Abstract: A new class of multivalued mappings with convex closed but non-compact images is studied; some new theorems about fixed points were proved for mappings of this particular class; these are used for studying solvability of operator equations and inequalities.

Key words: hausdorff quasimetric; multivalued mapping; fixed points.

Гельман Алексей Борисович
аспирант
Воронежский государственный университет
Россия, Воронеж
e-mail: gelman@math.vsu.ru

Alexei Gelman
post-graduate student
Voronezh State University
Russia, Voronezh
e-mail: gelman@math.vsu.ru